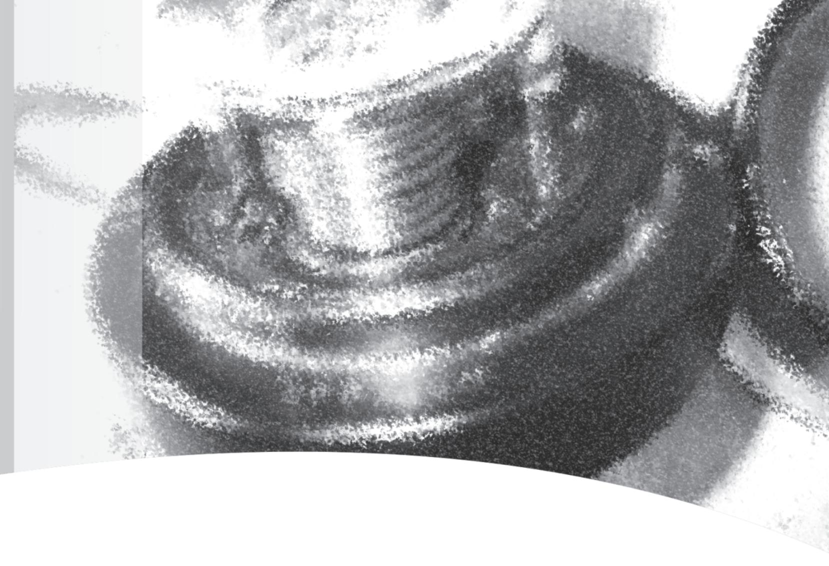


Métodos ***numéricos*** *como* ***herramienta*** *para el* ***desarrollo*** *de la asignatura* ***mediciones.***

Marcos Alfonso Rojas Acevedo*

Resumen

Si efectuáramos una encuesta entre los lectores para conocer la definición de lo que es medir encontraríamos que la mayoría de nosotros respondería con la definición que nos enseñaron desde la primaria "medir es comparar". Ahora bien, el resultado de una comparación no es el número de veces que está contenida la unidad en la cantidad total de unidades que queremos determinar sino que el resultado lo podemos expresar por medio de los signos matemáticos menor, mayor o igual que con respecto a algo, por ejemplo a un patrón.

Con este artículo se trata de romper el esquema tradicional, según el cual, se pretende que el elemento básico de las mediciones es la comparación y no el conteo, no obstante, el principio fundamental de la construcción de los instrumentos de medición son los contadores, claro está que los comparadores sí se utilizan, pero solo para detener la cuenta. Este artículo presenta la forma como se desarrolla la asignatura de Mediciones Eléctricas en el grado octavo de la especialidad de mecatrónica.

Palabras Claves: *Medición, comparación, métodos numéricos, valor eficaz, valor medio*

Numerical methods as tool for developing of the Measuring Course

Abstract

If we inquiry to the readers to know the definition about measure we would find that most of us respond with the definition that we thought since the elementary school, measure is compare. Now well, the result of a comparison is not the number of times that a unit is contained in the total quantity that we want to determine but it can be expressed by means of the major, minor or equal that relation with respect to some thing by example a pattern. The first intention of this paper is breaking the traditional outline, according to wish, it sought that basic element in measuring is the comparison and not the counting nevertheless, the fundamental principle of measurement instruments construction are the accountants, obviously that the comparators are used, but only to stop the count. This paper presents the form as the measuring course is developed in the eight grade of mecatronic speciality.

Key Words: *Measuring, comparison, numerical methods, root mean squaare, mean*

Fecha de Recepción: Mayo 2 de 2008 Fecha de Aprobación: Mayo 14 de 2008

* Ingeniero Electricista U Nacional, Docente Tiempo Completo Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central, experiencia docente ocho años, experiencia ocho años en diseño, construcción y prueba de transformadores de distribución y potencia, experiencia de cinco años en diseño de subestaciones , experiencia de diez años en instrumentos de pruebas no destructivas, certificación nivel dos en ultrasonido y partículas magnéticas.

1. Introducción

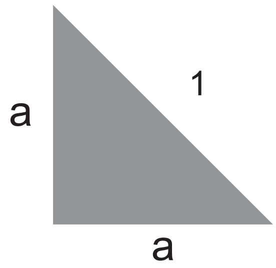
Debido a las grandes transformaciones que ha tenido el mundo se hace necesario repensar no solo las asignaturas de los programas de educación sino el momento y el orden para sacar el conocimiento de los compartimentos a los que ha sido asignado con objeto de ponerlo a interactuar con otras ramas del saber para darle la dinámica que le corresponde. Es así como vemos la necesidad de remover el obstáculo que presupone el hecho de que la trigonometría y el cálculo deben ir en la educación media de acuerdo con los programas del ente regulador de la educación y por no atrevernos a invertir este orden estamos perdiendo la oportunidad de obtener un mejor aprovechamiento del trabajo y del tiempo de profesores y alumnos. La pregunta que nos hacemos es ¿cuándo se decidió que el cerebro humano solo podía comprender los conceptos del cálculo después de los catorce o quince años o en nuestro tiempo, después de los diez y seis y que había que retomar el tema en los primeros semestres de la universidad porque no se había alcanzado la profundización necesaria?

En la Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central nos hemos dado a la tarea de adelantar los temas correspondientes a la trigonometría y el cálculo para pode r dictar la asignatura de mediciones en el grado octavo de la especialidad de mecatrónica en el Bachillerato Técnico Industrial.

2. Procedimiento

Lo primero que tuvimos que hacer fue cambiar la idea en los estudiantes de que los ángulos solo se pueden medir en grados sexagesimales porque esta manera de hacerlo no es ni de lejos la forma más conveniente. ¿A quién se le ocurrió que un ángulo de un giro debería ser partido en 1 296 000 partes para luego agruparlas de a sesenta, para obtener un múltiplo y este múltiplo volverlo a agrupar de nuevo en otras sesenta, para obtener un nuevo múltiplo? Seguramente no fue por facilidad. Adicionalmente las hojas de cálculo (por fortuna) no trabajan con grados, minutos y segundos, lo cual nos sirve como argumento adicional para que reconozcamos la inconveniencia de seguir haciéndolo así. En nuestro tiempo, para utilizar el lenguaje moderno, se desarrolló la competencia para convertir grados minutos y segundos en grados y fracción, la regla de cálculo tenía la marcación hecha en grados y la tabla de logaritmos y funciones trigonométricas también venía tabulada en grados minutos y segundos.

Se propuso entonces, realizar dos triángulos, el primero un triángulo rectángulo con hipotenusa igual a una unidad para calcular la longitud de los catetos por medio del teorema de Pitágoras que todos conocen de memoria pero algunos no pueden aplicar (Figura 1). Se calculó el valor de la longitud de los catetos y se obtuvo que es de $1/\sqrt{2}$ o racionalizando la expresión $\sqrt{2}/2$.



$$a^2 + a^2 = 1^2$$
$$2a^2 = 1$$
$$a^2 = 1/2$$

$$a = \pm 1/\sqrt{2}$$

Figura1. Triángulo rectángulo isósceles.

Sin decirles a los estudiantes que el propósito era hacer la tabla de valores para la función Seno se hizo la siguiente tabla a partir de las relaciones que se pueden establecer entre el cateto opuesto y la hipotenusa. (Tabla 1)

Angulo	Cateto Opuesto/Hipotenusa		
0°	$\sqrt{0}/2$	=	0
30°	$\sqrt{1}/2$	=	0,5
45°	$\sqrt{2}/2$	=	0,707106781
60°	$\sqrt{3}/2$	=	0,866025404
90°	$\sqrt{4}/2$	=	1

Tabla 1. Tabla Preliminar

El otro triángulo que se construyó fue un triángulo equilátero de lado una unidad, se marcaron los ángulos interiores y se calculó su altura, igual a $\sqrt{3}/2$. (Figura 2).

$$1^2 = h^2 + (½)^2$$
$$1 = h^2 + ¼$$
$$¾ = h^2$$
$$h = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$$
$$h = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

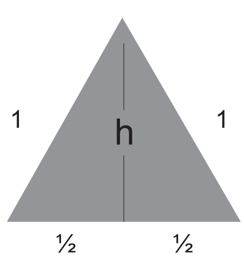


Figura 2. Triángulo equilátero

Bajo la advertencia de lo inconveniente que resulta trabajar con los ángulos en grados se añade otra columna a la tabla para colocar el ángulo en radianes y se cambia la relación cateto opuesto/ hipotenusa por la función Seno. La explicación que se dio para realizar el cambio de la medición del ángulo en radianes es la misma dada al comienzo más la facilidad para calcular la longitud de un arco de circunferencia simplemente multiplicando el ángulo por el radio.

$$l = \theta r$$

Para que las unidades de longitud del arco y las del radio coincidan tendremos que declarar que el ángulo es adimensional, de tal suerte que la longitud de la circunferencia es

$$l_c = 2\pi r$$

Si el radio lo hemos medido en metros la longitud nos dará en metros.

Entonces, si un ángulo de un giro es 2π radianes (360°), cuantos ángulos de 30°, 45°, 60° y 90° hay en un giro?

La respuesta obviamente es 12 de 30°, 8 de 45° , y 4 de 90°.

Ya podemos, llenar la columna que hemos añadido a la tabla con el ángulo en radianes. (Tabla 2).

Ángulo	θ	Seno (θ)
0°	0	0
30°	π/6	0,5
45°	π/4	0,707106781
60°	π/3	0,866025404
90°	π/2	1

Tabla 2. Seno(θ), Ángulo en radianes

La tabla se puede continuar teniendo en cuenta que al seguir ampliando el ángulo los valores obtenidos para el Seno del ángulo se vuelven a repetir (de manera descendente). (Tabla 3) (Figura 3).

Ángulo	θ	Seno (θ)
0°	0	0
30°	π/6	0,5
45°	π/4	0,707106781
60°	π/3	0,866025404
90°	π/2	1
120°	2π/3	0,866025404
135°	3π/4	0,707106781
150°	5π/6	0,5
180°	π	0

Tabla 3. Seno(θ), de 0 a π

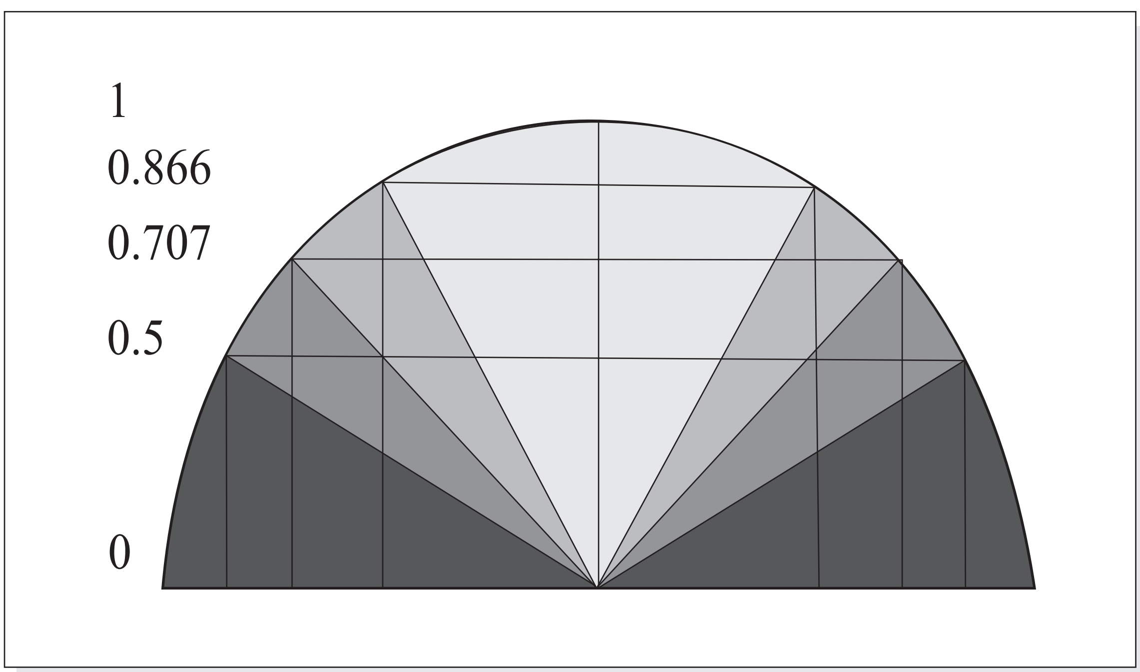


Figura 3. Semicírculo de radio1, ángulos de 0°, 30°, 45°...

Hay que notar dos cosas, la primera es que los valores en el eje horizontal no están regularmente espaciados y la segunda es que para futuras consideraciones una unidad en el eje horizontal debería ser igual a una unidad en el eje vertical, lo que podríamos considerar como una gráfica a escala. (Figura 4).

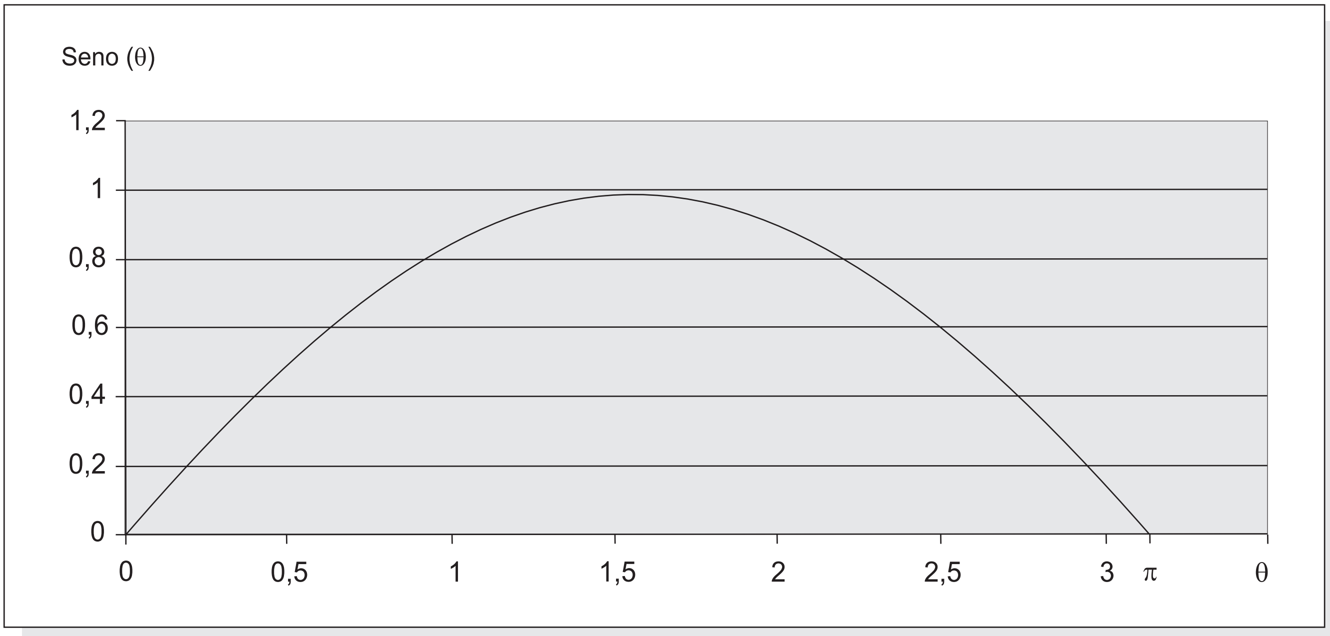


Figura 4. Seno(θ), 0 - π

Bueno, ya estamos en capacidad de hacer la tabla y la gráfica correspondiente para la función seno para un ángulo de un giro, entonces podemos encender el computador o la calculadora científica y tabular los datos para graficar el Seno de un ángulo desde cero hasta 2π radianes. Si utilizamos una hoja de cálculo podemos hacerlo en pasos de $\pi/12$ radianes.

Entramos a una hoja de cálculo, seleccionamos una celda, digamos la A1, introducimos el título, digamos Ángulo, en la celda B1 colocamos la palabra Seno, luego bajamos a la celda A2, introducimos un 0, bajamos a la celda A3 y colocamos la fórmula =PI()/12+A2, luego sombreamos la celda A3 con el mouse y la arrastramos desde la esquina inferior derecha hasta que lleguemos a 2π. En la celda B2 colocamos la fórmula =SENO(A2), pulsamos enter, vemos que el cursor salta a la celda de abajo (B3), con el mouse nos devolvemos a la celda B2 y la arrastramos desde la esquina inferior derecha hacia abajo manteniendo el botón derecho del mouse oprimido, hasta que hayamos llenado las celdas frente al ángulo. La tabla deberá lucir como sigue (Tabla 4).

Sombreamos toda la tabla y hacemos click sobre el icono de graficas, seleccionamos tipo de gráfico X-Y (dispersión), podemos marcar únicamente los puntos o unirlos por medio de líneas rectas o como en este caso por medio de curvas. El gráfico es el de la figura 5. Debemos obtener los mismos valores si utilizamos una calculadora para realizar la tabla en forma manual.

θ	Seno(θ)
0	0
0,26179939	0,25881905
0,52359878	0,5
0,78539816	0,70710678
1,04719755	0,8660254
1,30899694	0,96592583
1,57079633	1
1,83259571	0,96592583
2,0943951	0,8660254
2,35619449	0,70710678
2,61799388	0,5
2,87979327	0,25881905
3,14159265	-3,2157E-16
3,40339204	-0,25881905
3,66519143	-0,5
3,92699082	-0,70710678
4,1887902	-0,8660254
4,45058959	-0,965992583
4,71238898	-1
4,97418837	-0,96592583
5,23598776	-0,8660254
5,49778714	-0,70710678
5,75958653	-0,5
6,02138592	-0,25881905
6,28318531	-2,0214E-15
6,54498469	0,25881905

Tabla 4. Seno(θ), 0 a 2π

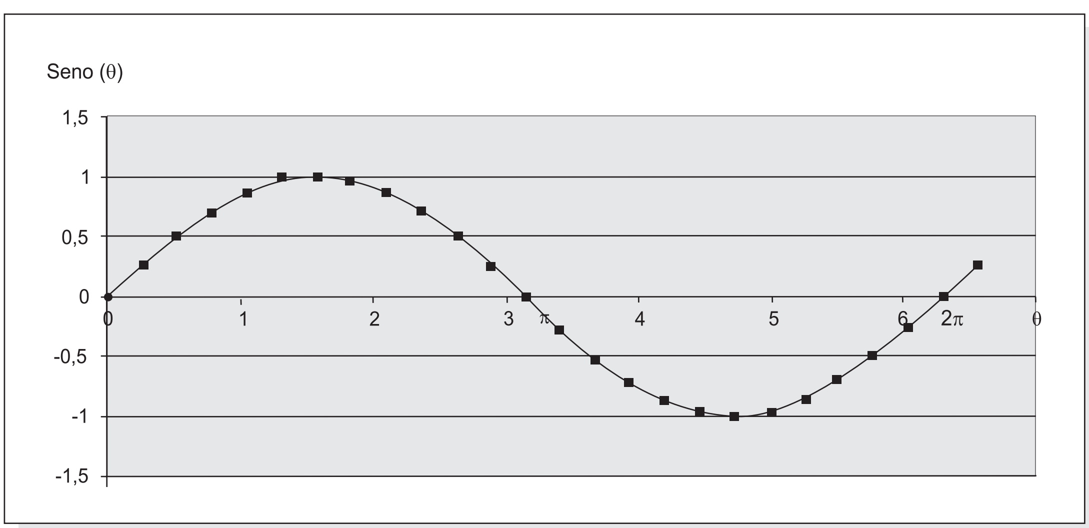


Figura 5. Seno(θ), 0 - 2π

Nos hemos propuesto desarrollar dos competencias; una de ellas es la generación de la electricidad en forma de tensiones y corrientes alternas trifásica por medio de una máquina sincrónica y la otra es la justificación teórica de los valores de tensión que se genera al desarrollar la formulación del principio de la inducción de Faraday (Liwschitz, 1978) que establece que la tensión que se genera es igual a

$$v = -N\frac{d\varphi}{dt} * 10^{-8}\ [Voltios] \qquad (1)$$

Y convertirla en

$$V_{ef} = N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|2\boldsymbol{\pi}f * 10^{-8}/\sqrt{2} = \qquad (2)$$
$$V_{ef} = 4.44\,N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|f * 10^{-8}$$

La justificación del término $\sqrt{2}$ en el denominador de (2) tiene que ver con el hecho de que la medición de tensión se hace con un voltímetro que mide el valor eficaz de la tensión, por lo que se debe determinar el valor eficaz a partir de los valores instantáneos.

Como paso previo a la determinación del valor eficaz se hace el cálculo del valor medio, para lo cual debemos remontarnos a la historia de las mediciones. (Agudelo, 1993)

Hasta el desarrollo del sistema polifásico de generación de energía por medio de corrientes y tensiones alternas por Nikola Tesla y el posterior desarrollo de la teoría correspondiente por Charles Steinmetz se trabajó con corrientes y tensiones continuas. Por lo tanto, resulta fácil pensar que el primer instrumento para medición de tensión y corriente debió ser el instrumento de bobina móvil, el cual responde al valor medio de la tensión y/o de la corriente. Si la tensión o la corriente no presenta fluctuaciones, como cuando generamos electricidad por medio de una pila, no tenemos de qué preocuparnos, pero en el caso de la generación por medio de máquinas eléctricas o de la obtención de la corriente directa a partir de la corriente alterna por medio de rectificadores (media onda u onda completa) el instrumento medirá el valor medio debido a la inercia del mecanismo (bobina más aguja indicadora) lo que hace que el instrumento no alcance a responder a las variaciones de manera instantánea. (Figura 6).

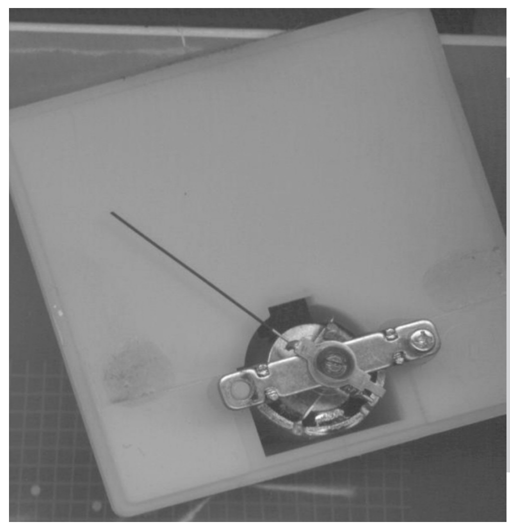


Figura 6. Instrumento de Bobina móvil

También hemos querido que el estudiante no se contente con aprender un solo método para la realización de cualquier procedimiento sino que conozca por lo menos dos alternativas para efectuar los cálculos y en general considere al menos dos alternativas para efectuar cualquier procedimiento sea este teórico o práctico. Si por ejemplo queremos determinar el valor medio para medio ciclo de la función Seno podemos hacerlo valiéndonos de la tabla anterior y encontrar el valor promedio de los 12 primeros valores correspondientes al seno del ángulo.

Tendremos entonces que el valor medio es igual a

$$Vmed = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} Sen(\theta i) = \frac{7.595741}{12} = 0.6329795$$

Luego, el valor medio es igual al promedio de los doce primeros valores de la tabla 4.

$$Vmed = 0.6329795$$

También podemos convertir el área bajo la curva Seno en un rectángulo de área equivalente y dividirlo entre la longitud de la base para determinar su altura. Para hacerlo convertimos el área en rectángulos cuya altura es la misma que utilizamos antes y cuya base la podemos definir como $\pi/12$, entonces hacemos $\Delta\theta = \pi/12$

$$Vmed = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{12} Sen(\theta_i)\, \Delta\theta = 1.9885638/\pi$$

Nótese que lo que podemos hacer es primero sumar y luego multiplicar por $\pi/12$ o lo que es lo mismo multiplicar cada uno de los sumandos por $\Delta\theta = \pi/12$

Lo anterior coincide casi exactamente con el valor obtenido por medio del cálculo exacto encontrado en forma analítica.

$$Vmed = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} Sen(\theta)\, d\theta$$

$$Vmed = \frac{Cos(0)-[-Cos(\pi)]}{\pi} = \frac{1-(-1)}{\pi} = 2/\pi$$

El área de rectángulo equivalente al área bajo la curva es igual a 2, luego la altura del rectángulo es igual al área dividido entre la base que es igual a π, el valor medio es igual a:

$$Vmed = 2/\pi = 0.6366$$

De igual modo procedemos para el cálculo del valor eficaz o valor RMS de la sigla en inglés Root Mean Square.

El valor eficaz es la raíz cuadrada del promedio de los valores del Seno al cuadrado, el artificio utilizado consiste en elevar al cuadrado cada uno de los valores para el seno del ángulo, positivos y negativos, obtener el promedio y después extraer la raíz cuadrada. Algunos estudiantes opinan que el resultado debería ser idéntico al anterior lo que nos da una razón adicional para la realización de este cálculo.

Como decíamos antes, debemos volver a la historia a fin de encontrar la razón por la cual se debió recurrir a un nuevo instrumento que no respondiera al valor promedio, es decir que no indicara en la dirección contraria cuando se invirtiera la dirección del flujo de las cargas eléctricas. El instrumento que se construyó fue el instrumento de hierro móvil, el cual como podemos ver en la imagen consta de una bobina en cuyo interior van alojadas dos piezas de material ferromagnético, una de las cuales está fija y la otra se puede mover describiendo un arco de circunferencia. Cuando se forma un campo magnético en la bobina las dos piezas de material ferromagnético se magnetizan con la misma polaridad lo cual hace que se repelan. Sin importar la dirección del flujo de la corriente estas dos piezas siempre tendrán la misma polaridad. (Figura 7).

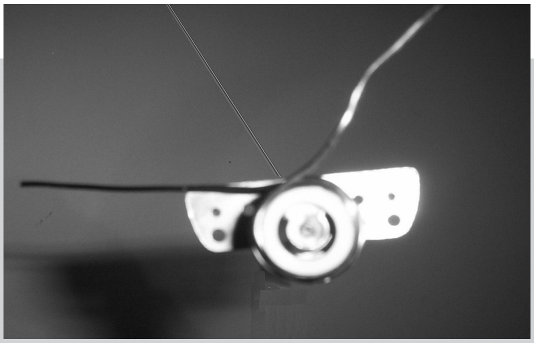


Figura. 7 Vista posterior del mecanismo del instrumento de hierro móvil

Figura. 7 Vista inferior del instrumento de hierro móvil

θ	Seno²(θ)
0	0
0,26179939	0,0669873
0,52359878	0,25
0,78539816	0,5
1,04719755	0,75
1,30899694	0,9330127
1,57079633	1
1,83259571	0,9330127
2,0943951	0,75
2,35619449	0,5
2,61799388	0,25
2,87979327	0,0669873
3,14159265	1,03441E-31
3,40339204	0,0669873
3,66519143	0,25
3,92699082	0,75
4,45058959	0,9330127
4,71238898	1
4,97418837	-0,9330127
5,23598776	-0,75
5,49778714	-0,5
5,75958653	-0,25
6,02138592	0,0669873
6,28318531	4,086E-30
6,54498469	0,066973

Tabla 5. Seno² (θ), 0 a 2π

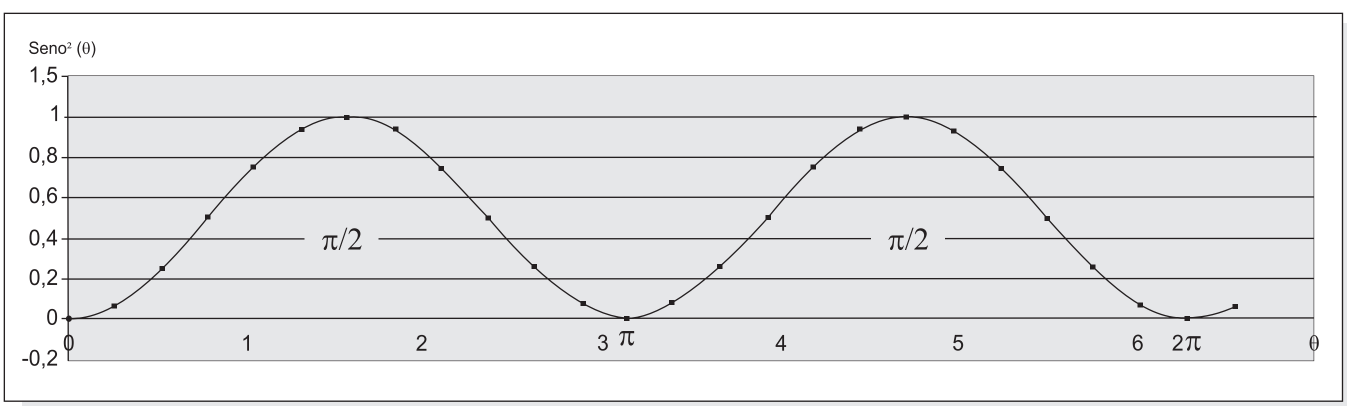


Figura 8. Seno² (θ), 0 a 2π

Para determinar el valor promedio para un ciclo de la función Seno cuadrado nos valemos de la tabla anterior y encontrar la suma de los 24 valores correspondientes al seno cuadrado

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} Sen^2(\theta i)} = \sqrt{12/24} = 0.707$$

Luego, el promedio de los veinticuatro valores anteriores será igual a su suma dividida entre veinticuatro.

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} Sen^2(\theta i)}$$

$$V_{ef} = \sqrt{0.5} = 0{,}707$$

También podemos convertir el área bajo la curva en un rectángulo de área equivalente y dividirlo entre la longitud de la base para determinar su altura.

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{24} Sen^2(\theta_i)\, \Delta\theta}{\pi}} = \sqrt{\frac{\pi}{2\pi}}$$

El área de rectángulo equivalente al área bajo la curva es igual a π, luego la altura del rectángulo es igual al área dividido entre la base que es igual a 2π. Luego el valor eficaz es igual a

$$V_{ef} = \sqrt{0.5} = 0{,}707$$

Nótese que lo que hemos hecho es multiplicar cada uno de los sumandos por $\Delta\theta = \pi/12$

Lo cual coincide exactamente con el valor obtenido por medio del cálculo exacto encontrado en forma analítica.

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} (1 - Cos(2\theta))\, d\theta} = \sqrt{2\pi/(4\pi)} = \sqrt{0{,}5}$$

$$V_{ef} = 1/\sqrt{2} = 0{,}707$$

Todos los estudiantes del grado octavo tienen un concepto intuitivo de lo que es una pendiente, sin embargo se debe explicar que la pendiente se debe cuantificar por medio de un número (adimensional). Los ingenieros civiles se refieren a las pendientes en por ciento; decir que una vía tiene por ejemplo una pendiente del 15% equivale a decir que esa vía por cada 100m que avanza sube 15m. Decir 15% es lo mismo que decir 15/100, aquí el idioma nos juega una mala pasada, decimos por y en realidad estamos haciendo es una división. Entonces, la definición de pendiente es la misma de tangente de un ángulo = cateto opuesto / cateto adyacente. Para calcular las pendientes de las rectas tangentes a la curva Seno(θ) debemos construir sobre la gráfica un triángulo para cada punto en el cual el cateto opuesto es igual a la diferencia entre dos alturas consecutivas de la tabla, y el cateto adyacente es igual al intervalo que estamos considerando $\pi/12$, entonces la fórmula que tenemos que introducir en cada celda es por ejemplo =(C3-C2)/(π/12) y al igual que lo hicimos antes arrastramos desde la esquina inferior de la celda hasta llenar la siguiente columna. La tabla podría quedar como aparece a continuación. Nótese que seguimos trabajando con los mismos intervalos.

θ	Seno (θ)	Pendientes
0	0	0
0,26179939	0,25881905	0,98861593
0,52359878	0,5	0,92124339
0,78539816	0,70710678	0,79108963
1,04719755	0,8660254	0,60702442
1,30899694	0,96592583	0,38159151
1,57079633	1	0,13015376
1,83259571	0,96592583	-0,13015376
2,0943951	0,8660254	-0,38159151
2,35619449	0,70710678	-0,60702442
2,61799388	0,5	-0,79108963
2,87979327	0,25881905	-0,92124339
3,14159265	-3,2157E-16	-0,98861593
3,40339204	-0,25881905	-0,98861593
3,66519143	-0,5	-0,92124339
3,92699082	-0,70710678	-0,79108963
4,1887902	-0,8660254	-0,60702442
4,45058959	-0,96592583	-0,38159151
4,71238898	-1	-0,13015376
4,97418837	-0,96592583	0,13015376
5,23598776	-0,8660254	0,38159151
5,49778714	-0,70710678	0,60702442
5,75958653	-0,5	0,79108963
6,02138592	-0,25881905	0,92124339
6,28318531	-2,0214E-15	0,98861593
6,54498469	0,25881905	0,98861593

Tabla 6. Pendiente Seno (θ), 0 - 2π

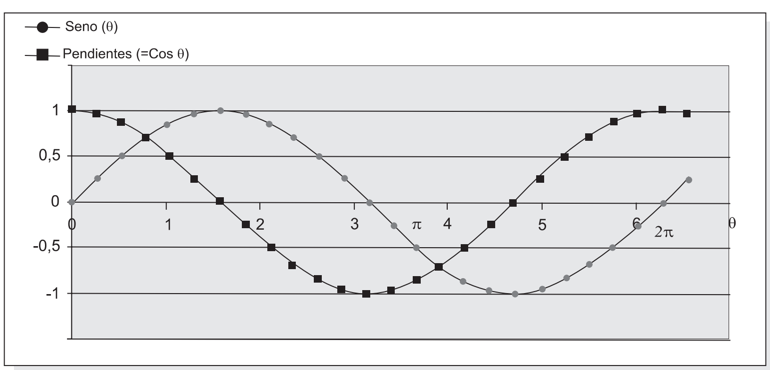


Tabla 9. Pendientes Seno (θ), 0 -2π

Aquí viene la parte difícil de explicar, y es que las pendientes de las rectas tangentes a la curva Seno en cada punto son la derivada que equivalen a la razón del cambio de la variable en el eje vertical con respecto a la variable en el eje horizontal y el área bajo la curva que hemos encontrado antes es la integral y que la derivada y la integral son funciones inversas, es decir que el inverso del área es una pendiente y el inverso de una pendiente (que es un número) es el área. También tenemos que recalcar que tanto el ángulo como el seno del ángulo son adimensionales y que por tanto el área bajo la curva y las pendientes son adimensionales.

Hasta aquí lo que hemos hecho es describir la posición de un punto cuando este depende del seno del ángulo. Para el caso que nos ocupa, que es la generación de tensiones y corrientes alternas por medio de máquinas sincrónicas podemos multiplicar el seno del ángulo por el valor máximo de la tensión que se genera y obtener de este modo la descripción de la tensión que se genera por medio de la máquina en función de la posición del campo giratorio de la máquina. Lo que sucede es que no se acostumbra trabajar de este modo, la forma como funciona el osciloscopio es midiendo la tensión para cada instante, es decir con respecto al tiempo. Lo que sigue es definir la posición del punto o ya en forma aplicada la tensión como dependiente del tiempo cuando se barren ángulos iguales en tiempos iguales, es decir para una velocidad constante. Si se barriera un ángulo de un giro cada 2π segundos no habría ninguna dificultad para describir la posición de la tensión que se genera con respecto al tiempo cambiando simplemente el ángulo por el tiempo. Hasta ahora la velocidad de rotación de las máquinas giratorias se ha venido dado en revoluciones por minuto pero esa situación comienza a cambiar y deberá darse en radianes por segundo. Las máquinas que generan la energía eléctrica en forma de corriente y tensión alterna de mayor velocidad giran a 3 600 revoluciones por minuto.

$$\omega = \frac{3600 \times 2\pi}{60s} = 60 \times 2\pi = 377s^{-1}$$

T	Seno (377t)
0	0
0,001	0,36813281
0,002	0,68456005
0,003	0,9048384
0,004	0,99802896
0,005	0,95104279
0,006	0,77047927
0,007	0,48169919
0,008	0,12526274
0,009	-0,24876731
0,01	-0,5878571
0,011	-0,84438027
0,012	-0,98230722
0,013	-0,98226561
0,014	-0,84426129
0,015	-0,58767747
0,016	-0,24855224
0,017	0,12548303

Tabla 7. Seno (377t)

Es decir que estas máquinas giran sesenta revoluciones en un segundo o que cada revolución la dan en 1/60s.

Al tiempo que emplean estas máquinas en girar una revolución se le denomina periodo T y al número de revoluciones que dan en un segundo se le denomina frecuencia es decir que la frecuencia f es igual a

$$f = 1/T$$

Podemos entonces proceder a dibujar la gráfica de la tensión $Vp\ Seno(377t)$ para un ciclo completo es decir para T= 1/60s, para esto podemos tomar intervalos de 0.001s. Para este caso:

$$f = 1/(1/60\ s) = 60s^{-1}$$

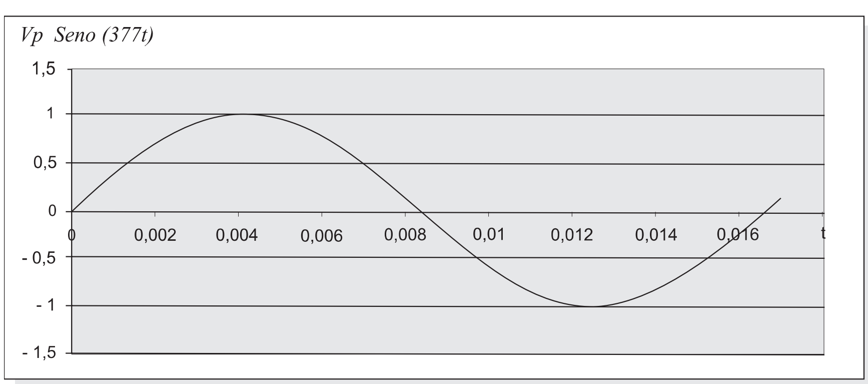


Figura 10. Vp Seno (377t)

3. Conclusiones

Con lo visto hasta ahora cobra significado lo que los estudiantes ven en la pantalla del osciloscopio. Quedamos entonces en posibilidad de convertir el principio de Faraday expresado como se dijo al comienzo

$$v = -N\frac{d\varphi}{dt} * 10^{-8}\,[Voltios] \qquad (1)$$

Y convertirla en:

$$Vef = N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|2\pi f * 10^{-8} / \sqrt{2} = \qquad (2)$$

Partimos entonces de (1) y hacemos $\varphi = \Phi Cos\,(\theta)$ ecuación que describe la distribución de flujo magnético con respecto al ángulo.

Si Φ = B.A (producto escalar), A es el área de la espira como vector, B es el vector densidad de flujo y si además hacemos que su magnitud varíe en forma sinusoidal con una velocidad angular de ω radianes/segundo tenemos que:

$$v = \frac{-Nd}{dt}|\mathbf{B}||\mathbf{A}|Cos(\omega t) * 10^{-8} \qquad (3)$$

$$v = N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|\omega Sen(\omega\, t) * 10^{-8} \qquad (4)$$

si hacemos que Vp sea el valor pico o valor máximo alcanzado por la tensión tenemos que:

$$v_p = N|\mathbf{B}||\mathbf{A}| * \omega * 10^{-8} = \qquad (5)$$

$$v_p = N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|2\pi f * 10^{-8}$$

Haciendo Vef = al valor eficaz de la tensión
$Vef = Vp / \sqrt{2}$ entonces:

$$V_{ef} = N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|2\pi f * 10^{-8}/\sqrt{2} \qquad (6)$$

$$V_{ef} = 4.44\, N|\mathbf{B}||\mathbf{A}|f * 10^{-8}$$

Nota: Vef en la fórmula de la página 39 tiene el significado matemático de la función Seno, en esta página tiene el significado físico del valor eficaz de la tensión y se da en voltios eficaces (R.M.S.)

4. Referencias Bibliográficas

Liwschitz. M, 1978. *Máquinas de Corriente Alterna.*

Agudelo L J 1993. *Medidas Eléctrica Básicas.* Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.

IEEE. *Spectrum,* 1986

Rojas, M (2008) *Plan de área Asignatura Mediciones Eléctricas y Notas de Clase.* Especialidad Mecatrónica. Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Bogotá. Colombia